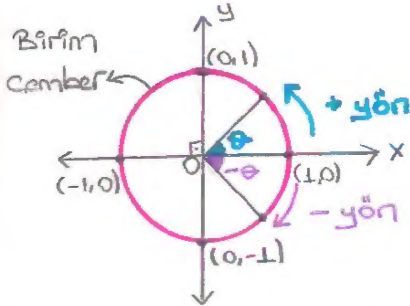
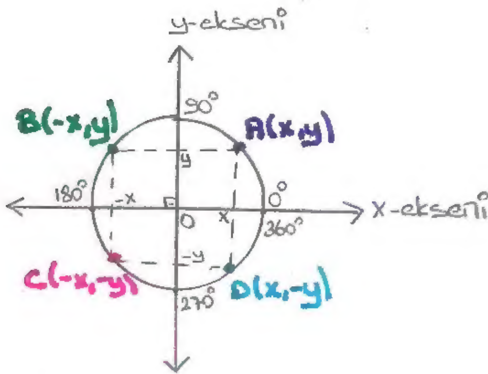
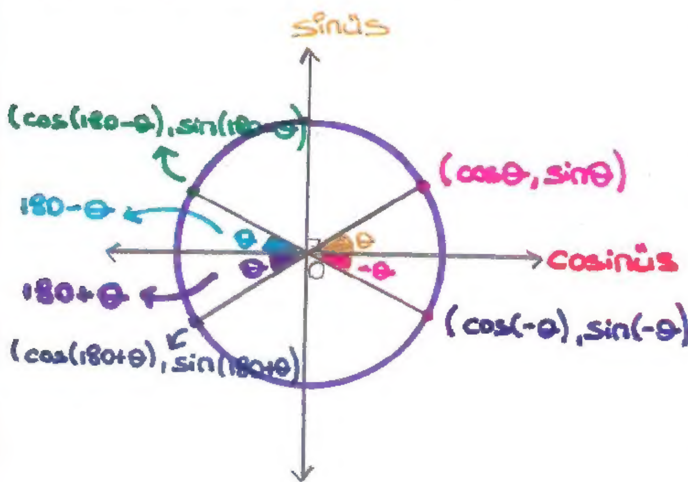
~ Trigonometri ~





Not: Trigonometride x-eks → cosinüs
y-eks → sinüs

olduğundan bu noktaları başlangıç noktasına birleştirdiğimizde θ açı oluşursa, yeni koordinatlar;



Esas ölçü: Açının 0° ile 360° arasındaki ölçüsüne denir.

Not: $\pi = 180° \rightarrow \frac{\pi}{2} = 90°$, $2\pi = 360°$

1. Durum: 360° den büyük bir açı verildiğinde esas ölçünün bulunması:

örnek: 1970° nin esas ölçüsü nedir?

Çözüm: Verilen sayı 360° ye bölünür, kalan sayı esas ölçüyü verir.

not: Bölme işlemi yapılırken en sondaki sıfırlar sadeleştirilemez.

$$\begin{array}{r|l} 1970 & 360 \\ -1800 & 5 \\ \hline 170 & \end{array}$$

esas ölçü: 170°

2. Durum: 0° den küçük olan bir açı verildiğinde esas ölçünün bulunması:

örnek: −3900° nin esas ölçüsü nedir?

Çözüm: Sayı pozitif düşünülerek 360° ye bölünür, kalan sayı 360° den çıkarılırsa sonuç esas ölçüyü verir.

$$\begin{array}{r|l} 3900 & 360 \\ -360 & 10 \\ \hline 300 & \end{array} \qquad \begin{array}{r} 360 \\ -300 \\ \hline 60° \end{array}$$

esas ölçü: 60°

3. Durum: 2π den büyük bir açı verildiğinde esas ölçünün bulunması:

örnek: $\frac{19\pi}{3}$ radyanın esas ölçüsü nedir?

Çözüm: Sayının yaklaşık değeri bulunur ve içinden $2\pi, 4\pi, 6\pi, 8\pi \ldots$ gibi katlar çıkarılır. $\frac{19}{3}\pi \cong 6,\ldots\pi \rightarrow$ en fazla 6π atılır.

$\frac{19\pi}{3} - 6\pi = \frac{\pi}{3}$ → **esas ölçü:** $\frac{\pi}{3}$

#cyhnyvz#

Örnek: $\frac{29\pi}{5}$ radyanın esas ölçüsü nedir?

Çözüm: $\frac{29\pi}{5} \cong 5,...\pi$ en fazla 4π atılır.

$\frac{29\pi}{5} - 4\pi = \frac{9\pi}{5}$ → **esas ölçü: $\frac{9\pi}{5}$**

4. Durum: 0° den küçük radyan türünden bir açı verildiğinde esas ölçüsünün bulunması:

Örnek: $-\frac{33\pi}{5}$ radyanın esas ölçüsü nedir?

Çözüm: Sayının yaklaşık değeri bulunur ve sayıyı pozitif yapacak en küçük $2\pi, 4\pi, 6\pi, 8\pi....$ açı eklenir.

$-\frac{33\pi}{5} \cong -6,...\pi$ → en az 8π eklenmeli

$-\frac{33\pi}{5} + 8\pi = \frac{7\pi}{5}$ → **esas ölçü: $\frac{7\pi}{5}$**

Örnek: $-\frac{29\pi}{5}$ radyanın esas ölçüsü nedir?

Çözüm: $-\frac{29\pi}{5} \cong -5,...\pi$ → en az 6π eklenmeli

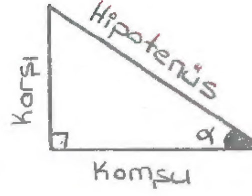
$-\frac{29\pi}{5} + 6\pi = \frac{\pi}{5}$ → **esas ölçü: $\frac{\pi}{5}$**

Alıştırmalar:

Aşağıda verilen açıların esas ölçülerini bulunuz?

1) 2007° → C: 207°
2) −220° → C: 140°
3) $\frac{57\pi}{5}$ → C: $\frac{7\pi}{5}$
4) $-\frac{46\pi}{3}$ → C: $\frac{2\pi}{3}$

Trigonometrik Fonksiyonlar



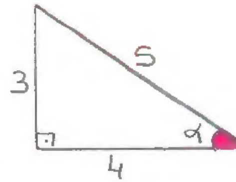
$\sin\alpha = \frac{Karşı}{Hip.}$ $\tan\alpha = \frac{Karşı}{Komşu}$

$\cos\alpha = \frac{Komşu}{Hip.}$ $\cot\alpha = \frac{Komşu}{Karşı}$

$\tan\alpha = \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}$ $\sec\alpha = \frac{1}{\cos\alpha}$

$\cot\alpha = \frac{\cos\alpha}{\sin\alpha}$ $\csc\alpha = \frac{1}{\sin\alpha}$

Örnek:



$\frac{\sin\alpha.\cos\alpha + \tan\alpha}{\cot\alpha} = ?$

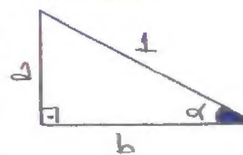
Çözüm: $\sin\alpha = \frac{3}{5}$, $\cos\alpha = \frac{4}{5}$

$\tan\alpha = \frac{3}{4}$, $\cot\alpha = \frac{4}{3}$

$\frac{\sin\alpha.\cos\alpha + \tan\alpha}{\cot\alpha} = \frac{\frac{3}{5}\cdot\frac{4}{5} + \frac{3}{4}}{\frac{4}{3}} = \frac{\frac{12}{25} + \frac{3}{4}}{\frac{4}{3}}$ (4) (25)

$\frac{123}{100} \cdot \frac{3}{4} = \frac{369}{400}$

Özellik:



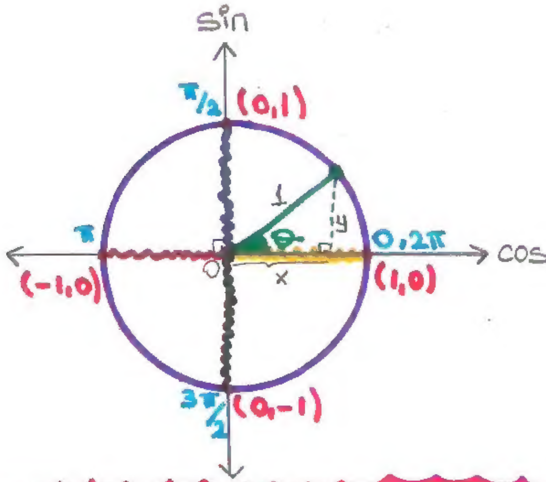
$a^2 + b^2 = 1$

$\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$

$\sin\alpha = \frac{a}{1}$

$\cos\alpha = \frac{b}{1}$

- $\sin^2 15 + \cos^2 15 = 1$
- $\sin^2 1970 + \cos^2 1970 = 1$
- $\sin^2 \frac{72\pi}{5} + \cos^2 \frac{72\pi}{5} = 1$
- $\sin^2\left(-\frac{73\pi}{17}\right) + \cos^2\left(-\frac{73\pi}{17}\right) = 1$



cosθ → Açı θ° derecedeyken doğrunun çemberi kestiği noktanın x değeri

sinθ → Açı θ° derecedeyken doğrunun çemberi kestiği noktanın y değeri

$\cos 0 = 1$	$\sin 0 = 0$
$\cos \frac{\pi}{2} = \cos 90 = 0$	$\sin \frac{\pi}{2} = \sin 90 = 1$
$\cos \pi = \cos 180 = -1$	$\sin \pi = \sin 180 = 0$
$\cos \frac{3\pi}{2} = \cos 270 = 0$	$\sin \frac{3\pi}{2} = \sin 270 = -1$
$\cos 2\pi = \cos 360 = 1$	$\sin 2\pi = \sin 360 = 0$

$-1 \leq \cos\theta \leq 1$

$-1 \leq \sin\theta \leq 1$

Sonuç: cosθ ve sinθ → -1 den küçük olamaz ve 1 den büyük olamaz.

$\sin x = 3 \rightarrow Ç.K = \emptyset$

$\sin 27x = 4 \rightarrow Ç.K = \emptyset$

$\cos(-1273x^2) = -5 \rightarrow Ç.K = \emptyset$

Örnek: $x \in \mathbb{R}$, $\cos\alpha = \frac{2x-6}{3}$ ise x hangi aralıktadır?

Çözüm:

$-1 \leq \cos\alpha \leq 1$

$-1 \leq \frac{2x-6}{3} \leq 1$, $-3 \leq 2x-6 \leq 3$

$3 \leq 2x \leq 9$, $\boxed{\frac{3}{2} \leq x \leq \frac{9}{2}}$

Örnek: $\frac{5\sin x + 3}{2}$ ifadesinin alacağı kaç farklı tamsayı değeri vardır?

Çözüm: $-1 \leq \sin x \leq 1$

$-5 \leq 5\sin x \leq 5$, $-2 \leq 5\sin x + 3 \leq 8$

$-1 \leq \frac{5\sin x + 3}{2} \leq 4$

$\{-1, 0, 1, 2, 3, 4\} \rightarrow$ 6 tane

Örnek: $2\sin^2 x + 5 = a$ ise a hangi aralıkta değer alır?

Çözüm: $-1 \leq \sin x \leq 1$

$0 \leq \sin^2 x \leq 1$, $0 \leq 2\sin^2 x \leq 2$

$5 \leq 2\sin^2 x + 5 \leq 7$, $\boxed{[5,7]}$

#cyhnyuz#

Örnek: $(\cos x+7).(5-\cos x)$ çarpımının en büyük değeri kaçtır?

Çözüm: Çarpımın en büyük olması için sayıların birbirine en yakın olması gerekir. « $\cos x=-1$ » için $6.6=36$

2010-LYS: $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$

$$f(x)=\begin{cases} 2\sin x, & \sin x \geq 0 \\ 0, & \sin x < 0 \end{cases}$$

Buna göre $(-\pi,\pi)$ aralığının f altındaki görüntüsü nedir?

Çözüm: $(-\pi,\pi) \to (-180,180)$ aralığında $\sin x=1$ en fazla. Dolayısıyla, $2\sin x=2$ olabilir. Sinüsün negatif değerleri için en az "0" olabildiğine göre, $[0,2]$

1966-ÜSS: $\sin 2x=m$ ise m hangi aralıktadır?

Çözüm: $-1 \leq \sin 2x \leq 1$, $-1 \leq m \leq 1$

Trigonometrik fonksiyonlarla işlemler:

Örnek: $\dfrac{\sin x+\tan x}{1+\cos x}$ ifadesinin en sade hali?

Çözüm: $\dfrac{\sin x+\dfrac{\sin x}{\cos x}}{1+\cos x}=\dfrac{\dfrac{\sin x\cos x+\sin x}{\cos x}}{1+\cos x}$

$=\dfrac{\sin x(\cos x+1)}{\cos x}\cdot\dfrac{1}{1+\cos x}=\dfrac{\sin x}{\cos x}=\tan x$

Örnek: $\dfrac{\tan x-\cot x}{\sec x-\operatorname{cosec} x}$ ifadesinin en sade hali?

Çözüm: $\dfrac{\dfrac{\sin x}{\cos x}-\dfrac{\cos x}{\sin x}}{\dfrac{1}{\cos x}-\dfrac{1}{\sin x}}=\dfrac{\dfrac{\sin^2x-\cos^2x}{\sin x\cos x}}{\dfrac{\sin x-\cos x}{\sin x\cos x}}$

$=\dfrac{(\sin x-\cos x).(\sin x+\cos x)}{\sin x-\cos x}=\sin x+\cos x$

Örnek: $(1+\sin x)(\sec x-\tan x)=?$

Çözüm: $(1+\sin x)\left(\dfrac{1}{\cos x}-\dfrac{\sin x}{\cos x}\right)$

Not: $\sin^2x+\cos^2x=1$

$=\dfrac{(1+\sin x).(1-\sin x)}{\cos x}=\dfrac{1-\sin^2x}{\cos x}$ ($\cos^2x$)

$=\dfrac{\cos^2x}{\cos x}=\dfrac{\cos x.\cos x}{\cos x}=\cos x$

Örnek: $\dfrac{\tan x}{\sec x-1}-\dfrac{\sin x}{1+\cos x}=?$

Çözüm: $\dfrac{\dfrac{\sin x}{\cos x}}{\dfrac{1}{\cos x}-\dfrac{1}{1}}-\dfrac{\sin x}{1+\cos x}=\dfrac{\sin x}{\cos x}\cdot\dfrac{\cos x}{1-\cos x}-\dfrac{\sin x}{1+\cos x}$

$=\dfrac{\sin x}{1-\cos x}-\dfrac{\sin x}{1+\cos x}=\dfrac{\sin x+\sin x.\cos x-\sin x+\sin x\cos x}{1-\cos^2x}$ ($\sin^2x$)

$=\dfrac{2.\sin x\cos x}{\sin^2x}=\dfrac{2.\sin x.\cos x}{\sin x.\sin x}=2\cot x$

2010-LYS: $\dfrac{(\sin x-\cos x)^2}{\cos x}+2\sin x=?$

Çözüm: $\dfrac{\sin^2x-2\sin x.\cos x+\cos^2x}{\cos x}+\dfrac{2\sin x}{1}$

$\dfrac{1-2\sin x.\cos x}{\cos x}+\dfrac{2\sin x\cos x}{\cos x}=\dfrac{1}{\cos x}$

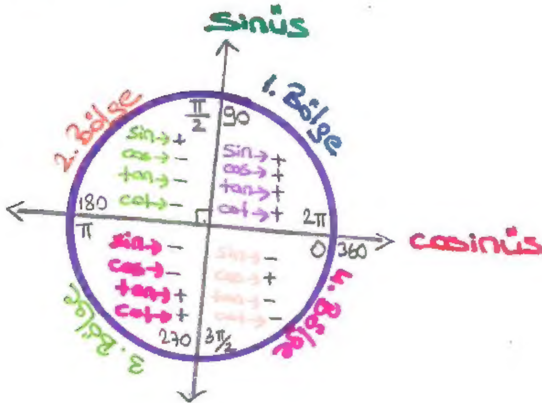
1971-ÜSS: $\frac{\cos^2\theta}{1-\sin\theta}$ ifadesinin en sade hali?

Çözüm: $\frac{1-\sin^2\theta}{1-\sin\theta} = \frac{(1-\sin\theta)(1+\sin\theta)}{1-\sin\theta} = \boxed{1+\sin\theta}$

Trigonometrik Fonk. İşaretleri:

x ekseni ⟶ cosinüs

y ekseni ⟶ sinüs



	1	2	3	4
sinüs	+	+	−	−
cos	+	−	−	+
tan	+	−	+	−
cot	+	−	+	−

1981-ÖYS: sin85, tan175, cos260, cot275

trigonometrik fonk. işaretlerini bulunuz?

Çözüm:

sin 85° → 1. bölgede → 1. bölgede sinüs → +

tan 175° → 2. bölgede → 2. bölgede tan → −

cos 260° → 3. bölgede → 3. bölgede cos → −

cot 275° → 4. bölgede → 4. bölgede cot → −

$\{+, -, -, -\}$

1988-ÖYS: sin95, cos190, tan210

ifadelerinin işaretlerini bulunuz?

Çözüm:

sin → 95° → 2. bölgede → 2. bölgede sin → +

cos → 190° → 3. bölgede → 3. bölgede cos → −

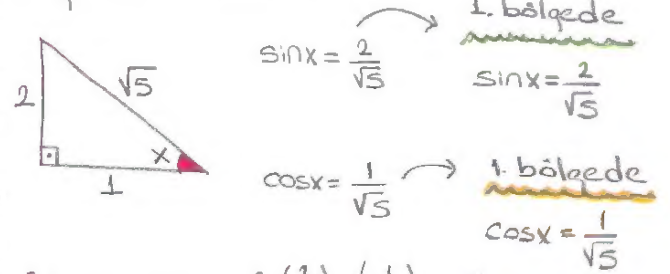
tan → 210° → 3. bölgede → 3. bölgede tan → +

$\{+, -, +\}$

örnek: $0<x<90$, $\cot x = \frac{1}{2}$ ise $\frac{2\sin x+\cos x}{\sin x+2\cos x} = ?$

Çözüm: $0<x<90$ → 1. bölgede,

$\cot x = \frac{1}{2}$ ifadesi için bir dik üçgen çizilerek x açısının trigonometrik değerleri bulunur.



$\sin x = \frac{2}{\sqrt{5}}$ → 1. bölgede $\sin x = \frac{2}{\sqrt{5}}$

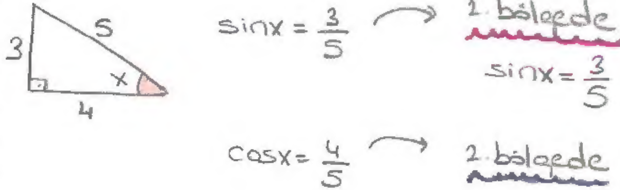
$\cos x = \frac{1}{\sqrt{5}}$ → 1. bölgede $\cos x = \frac{1}{\sqrt{5}}$

$\frac{2\sin x+\cos x}{\sin x+2\cos x} = \frac{2\cdot\left(\frac{2}{\sqrt{5}}\right)+\left(\frac{1}{\sqrt{5}}\right)}{\frac{2}{\sqrt{5}}+2\cdot\frac{1}{\sqrt{5}}} = \frac{\frac{5}{\sqrt{5}}}{\frac{4}{\sqrt{5}}} = \boxed{\frac{5}{4}}$

Örnek: $90<x<180$, $\tan x = -\frac{3}{4}$ ise $\frac{1+2\sin x}{1+2\cos x} = ?$

Çözüm: $90<x<180$ → 2. bölgede

$\tan x = -\frac{3}{4}$ için dik üçgen çizilir.



$\sin x = \frac{3}{5}$ → 2. bölgede $\sin x = \frac{3}{5}$

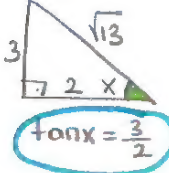
$\cos x = \frac{4}{5}$ → 2. bölgede $\cos x = \frac{-4}{5}$

$\frac{1+2\sin x}{1+2\cos x} = \frac{1+2\cdot\left(\frac{3}{5}\right)}{1+2\cdot\left(\frac{-4}{5}\right)} = \frac{1+\frac{6}{5}}{1-\frac{8}{5}} = \boxed{-\frac{11}{3}}$

#cyhnyvz#

örnek: $\pi < x < \frac{3\pi}{2}$, $\tan x = \frac{3}{2}$, $\cos x - \sin x = ?$

Çözüm: $180 < x < 270 \rightarrow$ 3. bölge



$\cos x = \frac{2}{\sqrt{13}} \rightarrow$ 3. bölgede $\cos x = -\frac{2}{\sqrt{13}}$

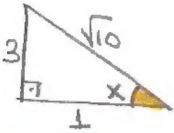
$\sin x = \frac{3}{\sqrt{13}} \rightarrow$ 3. bölgede $\sin x = -\frac{3}{\sqrt{13}}$

$\cos x - \sin x = \left(-\frac{2}{\sqrt{13}}\right) - \left(-\frac{3}{\sqrt{13}}\right) = \boxed{\frac{1}{\sqrt{13}}}$

örnek: $\frac{3\pi}{2} < x < 2\pi$, $3\cos x + \sin x = 0$ ise $\sin x$ kaçtır?

Çözüm: $270 < x < 360 \rightarrow$ 4. bölge,

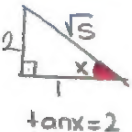
$-3\cos x = \sin x$, $-3 = \frac{\sin x}{\cos x} \Rightarrow \tan x = -3$



$\sin x = \frac{3}{\sqrt{10}} \rightarrow$ 4. bölgede $\boxed{\sin x = \frac{-3}{\sqrt{10}}}$

1982-ÖYS: $\tan x = 2$ ise, $\cos^2 x - \sin x . \cos x = ?$

Çözüm:

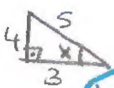


$\cos^2 x - \sin x \cos x = \left(\frac{1}{\sqrt{5}}\right)^2 - \left(\frac{2}{\sqrt{5}}\right) \cdot \left(\frac{1}{\sqrt{5}}\right)$

$\Rightarrow \frac{1}{5} - \frac{2}{5} = \boxed{\frac{-1}{5}}$

1993-ÖYS: $\frac{3}{\cos x} = \frac{4}{\sin x}$ ise $\cos x$ in pozitif değeri nedir?

Çözüm: $\frac{\sin x}{\cos x} = \frac{4}{3}$ ise $\tan x = \frac{4}{3}$



$\boxed{\cos x = \frac{3}{5}}$

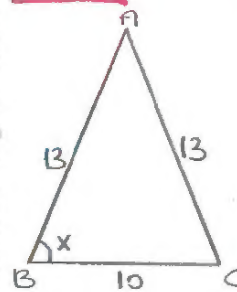
1974-ÜSS: $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$ ve $\tan\theta = \frac{1}{2}$ ise $\cos\theta$ nedir?

Çözüm:



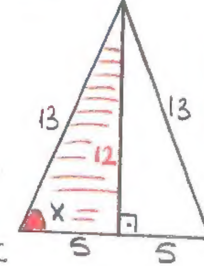
$\cos\theta = \frac{2}{\sqrt{5}} \rightarrow$ 1. bölgede $\boxed{\cos\theta = \frac{2}{\sqrt{5}}}$

örnek:



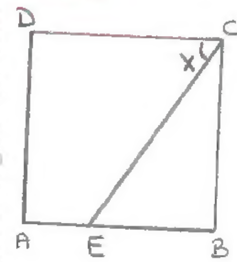
$\sin x = ?$

Çözüm:



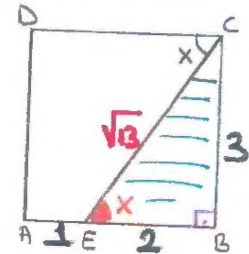
$\boxed{\sin x = \frac{12}{13}}$

örnek: ABCD kare



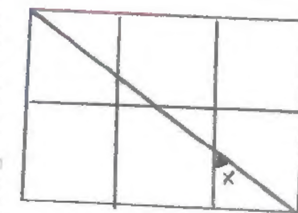
$2|AE| = |EB|$, $\tan x = ?$

Çözüm:



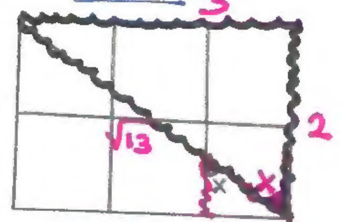
$\boxed{\tan x = \frac{3}{2}}$

örnek: Birim kareler



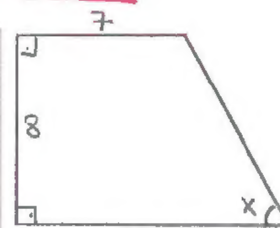
$\cos x = ?$

Çözüm:



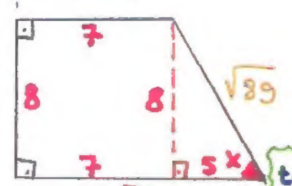
$\boxed{\cos x = \frac{2}{\sqrt{13}}}$

örnek:



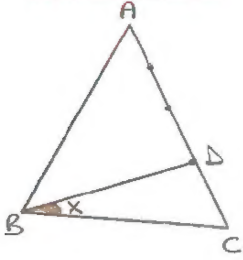
$\tan x = ?$

Çözüm:



$\boxed{\tan x = \frac{8}{5}}$

2009-ÖSS:

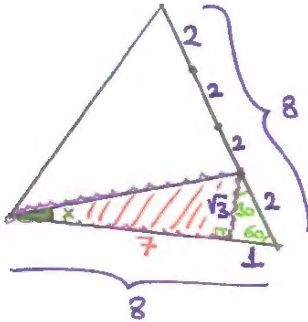


ABC eşkenar üçgen

$|DC| = \frac{1}{4}|AC|$ ise,

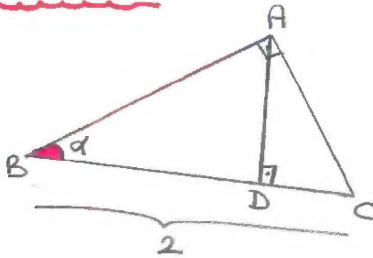
$\tan x$ kaçtır?

Çözüm:



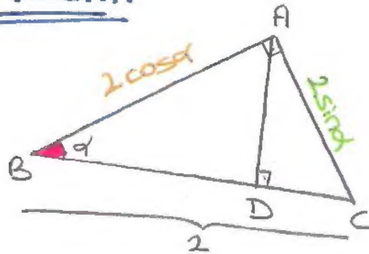
$\tan x = \frac{\sqrt{3}}{7}$

1986-ÖYS:



$|AD| = ?$

Çözüm:



$\overset{\triangle}{ABC}$ de, $\cos\alpha = \frac{|AB|}{2} \rightarrow |AB| = 2\cos\alpha$

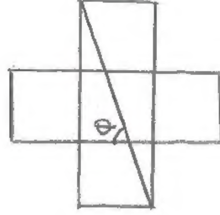
$\sin\alpha = \frac{|AC|}{2} \rightarrow |AC| = 2\sin\alpha$

$A(\overset{\triangle}{ABC}) = \frac{2.\sin\alpha.\cancel{2}\cos\alpha}{\cancel{2}} = \frac{\cancel{2}.|AD|}{\cancel{2}}$

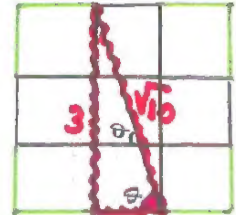
$|AD| = 2\sin\alpha.\cos\alpha$

1983-ÖYS:

Üst tabanı olmayan birim küp

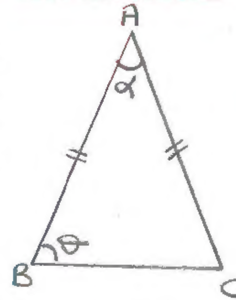


$\tan\theta = ?$



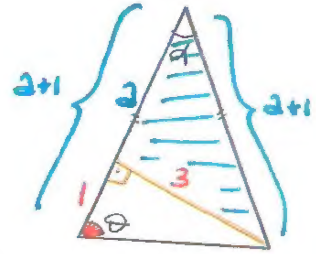
$\tan\theta = 3$

1997-ÖYS:



$\tan\theta = 3$ ise, $\tan\alpha = ?$

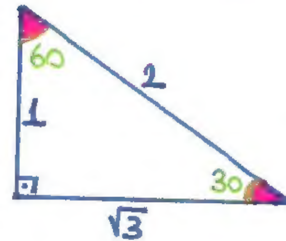
Çözüm:

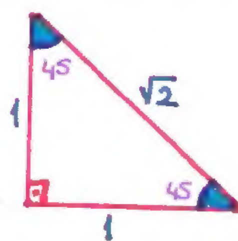


Pisagordan, $a = 4$

$\tan\alpha = \frac{3}{4}$

Bazı Açıların Trigonometrik Değerleri





$\sin 30 = \frac{1}{2}$, $\tan 30 = \frac{1}{\sqrt{3}}$

$\sin 45 = \frac{\sqrt{2}}{2}$, $\tan 45 = 1$

$\sin 60 = \frac{\sqrt{3}}{2}$, $\tan 60 = \sqrt{3}$

Not: $a + b = 90°$ ise,

$\sin a = \cos b$, $\tan a = \cot b$

Açıların 1. Bölgedeki Değerleri :

* Açı, 1. bölgede ise dokunulmaz.
* Açı, 2. bölgede ise önce trigonometrik ifadenin o bölgedeki işaretine bakılır sonra açı 180° ye tamamlanır.
* Açı, 3. bölgede ise önce işaretine bakılır sonra 180° çıkarılır.
* Açı, 4. bölgede ise önce işaretine bakılır sonra 360° ye tamamlanır.

Not: cosinüs ve cotanjant değerleri için açı 90° ye tamamlanarak sinüs veya tanjanta çevrilir.

30 – 45 – 60 → 1. bölge

- $\cos 30 = \sin 60 \rightarrow \cos 30 = \frac{\sqrt{3}}{2}$
- $\cos 45 = \sin 45 \rightarrow \cos 45 = \frac{\sqrt{2}}{2}$
- $\cos 60 = \sin 30 \rightarrow \cos 60 = \frac{\sqrt{3}}{2}$
- $\cot 30 = \tan 60 \rightarrow \cot 30 = \sqrt{3}$
- $\cot 45 = \tan 45 \rightarrow \cot 45 = 1$
- $\cot 60 = \tan 30 \rightarrow \cot 60 = \frac{1}{\sqrt{3}}$

120 – 135 – 150 → 2. bölge

Not: 2. bölgede sinüs pozitif diğerleri negatiftir.

* $\sin 120 = +\sin 60 = \frac{\sqrt{3}}{2}$
* $\cos 120 = -\cos 60 = -\sin 30 = -\frac{1}{2}$
* $\tan 135 = -\tan 45 = -1$
* $\cot 150 = -\cot 30 = -\tan 60 = -\sqrt{3}$

Not: Görüldüğü gibi önce açının kaçıncı bölgede olduğuna bakıldı. Sonra trigonometrik ifadenin o bölgedeki işaretine bakıldı. Sonra açı 2. bölgede olduğundan 180° ye tamamlanarak trigonometrik ifadesi değişmeden yazıldı.

210 – 225 – 240 → 3. Bölge

* $\sin 225 = -\sin 45 = -\frac{\sqrt{2}}{2}$
* $\cos 210 = -\cos 30 = -\sin 60 = -\frac{\sqrt{3}}{2}$
* $\tan 240 = +\tan 60 = \sqrt{3}$
* $\cot 225 = +\cot 45 = \tan 45 = 1$

Not: Görüldüğü gibi sinüs ve cosinüs 3. bölgede negatif olurken, tanjant ve cotanjant pozitif oldu. Açı 3. bölgede olduğundan 180° çıkarıldı.

300 – 315 – 330 → 4. Bölge

* $\sin 300 = -\sin 60 = -\frac{\sqrt{3}}{2}$
* $\cos 315 = +\cos 45 = \sin 45 = \frac{\sqrt{2}}{2}$
* $\tan 330 = -\tan 30 = -\frac{1}{\sqrt{3}}$
* $\cot 315 = -\cot 45 = -\tan 45 = -1$

#cyhnyuz#

$(\pi-\alpha) \longrightarrow$ 2. Bölge

- $\sin(\pi-\alpha) = +\sin\alpha$
- $\tan(\pi-\alpha) = -\tan\alpha$
- $\cos(\pi-\alpha) = -\cos\alpha$
- $\cot(\pi-\alpha) = -\cot\alpha$

$(\pi+\alpha) \longrightarrow$ 3. Bölge

- $\sin(\pi+\alpha) = -\sin\alpha$
- $\tan(\pi+\alpha) = +\tan\alpha$
- $\cos(\pi+\alpha) = -\cos\alpha$
- $\cot(\pi+\alpha) = +\cot\alpha$

$(2\pi-\alpha) \rightarrow (-\alpha) \longrightarrow$ 4. Bölge

- $\sin(-\alpha) = -\sin\alpha$
- $\tan(-\alpha) = -\tan\alpha$
- $\cos(-\alpha) = +\cos\alpha$
- $\cot(-\alpha) = -\cot\alpha$

Uyarı: Açı kaç derece olursa olsun $(-\alpha)$ hep 4. bölgede gibi düşünülür ve bir tek cosinüs pozitif olur.

- $\cos(-\alpha) = \cos\alpha$
- $\cos(-7\alpha) = \cos 7\alpha$
- $\cos(-60) = \cos 60$
- $\cos(-110) = \cos 110$
- $\cos(-240) = \cos 240$

cosinüs açısı görüldüğü gibi dışarı (+) olarak çıktı.

- $\sin(-\alpha) = -\sin\alpha$
- $\tan(-7\alpha) = -\tan 7\alpha$
- $\cot(-110) = -\cot 110$

Her zaman parantez içindeki açı (+) yapılır. Yani 1. bölgeye taşınır.

Not: $(\alpha - k\pi)$ gibi açılar, esas ölçüleri alınarak işlem yapılır.

- $\sin(x-7\pi) = \sin(x-7\pi+8\pi) = \sin(\pi+x)$
  $\Rightarrow -\sin x$
- $\cos(21\pi-x) = \cos(21\pi-20\pi-x) = \cos(\pi-x)$
  $= -\cos x$

Dikkat: $\left(\frac{\pi}{2} \mp \alpha\right)$ veya $\left(\frac{3\pi}{2} \mp \alpha\right)$ türünden ifadelerle işlem yapmak karışıktır. Dolayısıyla açıyı; $90°$'ye ekleme $270°$'ye tamamlama gibi yöntemler kullanmayınız. Ancak soruda bu şekilde karşınıza gelirse,

Önce açının hangi bölgede olduğu bulunur. Sonra trigonometrik ifadenin o bölgedeki işareti bulunur. Sonra $\frac{\pi}{2}$ veya $\frac{3\pi}{2}$ li açı atılır ve ifade isim değiştirir. $\sin x \Leftrightarrow \cos x$
$\tan x \Leftrightarrow \cot x$

$\left(\frac{\pi}{2}-\alpha\right) \rightarrow$ 1. Bölge

$\sin\left(\frac{\pi}{2}-\alpha\right) = +\cos\alpha$

$\tan\left(\frac{\pi}{2}-\alpha\right) = +\cot\alpha$

$\left(\frac{\pi}{2}+\alpha\right) \rightarrow$ 2. Bölge

$\sin\left(\frac{\pi}{2}+\alpha\right) = +\cos\alpha$, $\cos\left(\frac{\pi}{2}+\alpha\right) = -\sin\alpha$

$\cot\left(\frac{\pi}{2}+\alpha\right) = -\tan\alpha$

$\left(\frac{3\pi}{2}-\alpha\right) \rightarrow$ 3. Bölge

$\cos\left(\frac{3\pi}{2}-\alpha\right) = -\sin\alpha$

$\cot\left(\frac{3\pi}{2}-\alpha\right) = +\tan\alpha$

$\left(\frac{3\pi}{2}+\alpha\right) \rightarrow$ 4. Bölge

$\sin\left(\frac{3\pi}{2}+\alpha\right) = -\cos\alpha$

$\cos\left(\frac{3\pi}{2}+\alpha\right) = +\sin\alpha$

$\tan\left(\frac{3\pi}{2}+\alpha\right) = -\cot\alpha$

cyhnyvz

Not: $a+b=90^\circ$ ise

$\sin a=\cos b$ ve $\tan a=\cot b$

$7x=\frac{\pi}{2}$ ise,

- $\sin 6x=\cos x$
- $\sin 4x=\cos 3x$
- $\tan 5x=\cot 2x$

$11x=\frac{\pi}{4} \rightarrow 22x=\frac{\pi}{2}$ ise,

- $\cos 20x=\sin 2x$
- $\tan 17x=\cot 5x$

Not: $a+b=180^\circ$ ise

$\sin a=\sin b$

$\cos a=-\cos b$
$\tan a=-\tan b$
$\cot a=-\cot b$

$7x=\pi$ ise

- $\sin 6x=\sin x$
- $\cos 5x=-\cos 2x$
- $\tan 4x=-\tan 3x$
- $\cot 5x=-\cot 2x$

$3x=\frac{\pi}{7} \rightarrow 21x=\pi$ ise

- $\sin 19x=\sin 2x$
- $\cos 15x=-\cos 6x$
- $\tan 12x=-\tan 9x$
- $\cot 11x=-\cot 10x$

Not: $a+b=360^\circ$ ise

$\cos a=\cos b$

$\sin a=-\sin b$
$\tan a=-\tan b$
$\cot a=-\cot b$

$15x=2\pi$ ise

- $\cos 13x=\cos 2x$
- $\sin 10x=-\sin 5x$
- $\cot 8x=-\cot 7x$
- $\tan 12x=-\tan 3x$

$11x=\frac{2\pi}{3} \rightarrow 33x=2\pi$ ise

- $\cos 30x=\cos 3x$
- $\sin 27x=-\sin 6x$
- $\tan 18x=-\tan 15x$
- $\cot 20x=-\cot 13x$

* $a+b=30^\circ$ ise $\sin(4a+3b)=?$

* $\sin(\underbrace{3a+3b}_{90}+a)=\sin(90+a)=\cos a$

* $a+b=90^\circ$ ise

$\sin^2 a+\sin^2 b=1$, $\cos^2 a+\cos^2 b=1$

$\tan a.\tan b=1$, $\cot a.\cot b=1$

* $\sin^2 1+\sin^2 2+ \ldots +\sin^2 45+ \ldots +\sin^2 90=?$

Çözüm: $\sin^2 1+\sin^2 89=1$
$\sin^2 44+\sin^2 46=1$ (44)

$\sin^2 45=\frac{1}{2}$

$\sin^2 90=1$

$=44+1+\frac{1}{2}=\frac{91}{2}$

* $\tan 1.\tan 2 \ldots \tan 89=?$

Çözüm: $\tan 1.\tan 89=1$
$\tan 44.\tan 46=1$

$\tan 45=1$

$\underbrace{1.1.\ldots.1}_{45 \text{ tane}}=1$

1986-ÖYS: Hangisi sin40 a eşittir?

* sin220 → −sin40
* cos130 → −cos50
* sin50 → sin50
* sin(−40) → −sin40
* cos(−50) → cos50 = sin40

1974-ÜSS: sin210 un değeri kaçtır?

Çözüm: $\sin 210 = -\sin 30 = -\frac{1}{2}$

2008-ÖSS: $\cos\left(\frac{\pi}{2}+x\right)=\sin\left(\frac{\pi}{2}-x\right)$ ise tanx=?

Çözüm: $-\sin x = \cos x \rightarrow \frac{-\sin x}{\cos x}=\frac{\cos x}{\cos x}$

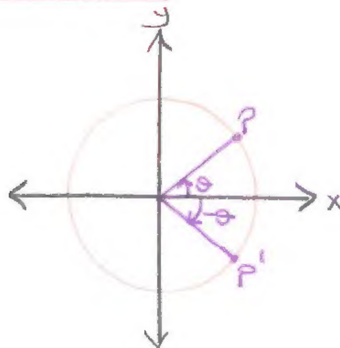
$\Rightarrow -\tan x = 1$ ise $\tan x = -1$

1984-ÖYS: Hangisi $\sin\left(\frac{\pi}{2}-a\right)$ ya eşit değildir?

Not: $\sin\left(\frac{\pi}{2}-a\right)=\cos a$ olmalı.

* $\sin\left(\frac{\pi}{2}+a\right)=\cos a$
* $\sin(-a) = -\sin a$
* $\cos(-a) = +\cos a$
* $\cos a = \cos a$
* $\cos(2\pi - a) = \cos a$

2006-ÖSS:



P' noktası, aşağıdakilerden hangisi ile ifade edilemez?

* $(\cos(-\theta), \sin(-\theta)) \rightarrow (\cos\theta, -\sin\theta)$
* $(\cos(-\theta), \sin\theta) \rightarrow (\cos\theta, \sin\theta)$
* $(\cos\theta, -\sin\theta)$
* $(\cos\theta, \sin(2\pi-\theta)) \rightarrow (\cos\theta, -\sin\theta)$
* $(\cos(2\pi-\theta), -\sin\theta) \rightarrow (\cos\theta, -\sin\theta)$

Örnek: $\frac{\cos 316 . \sin 43}{\sin 46 . \cos 1753} = ?$

Çözüm: 1753° nin esas ölçüsü: 313°

* cos316 → cos44 = sin46
* cos1753 → cos313 = cos47 = sin43

$\frac{\cos 316 . \sin 43}{\sin 46 . \cos 1753} = \frac{\sin 46 . \sin 43}{\sin 46 . \sin 43} = 1$

Örnek: $\frac{\cos(-120) . \sin 330}{\cos 150 . \sin 300} = ?$

Çözüm:

* $\cos(-120) \rightarrow -\cos 60 = -\sin 30 = -\frac{1}{2}$
* $\sin(330) \rightarrow -\sin 30 = -\frac{1}{2}$
* $\cos 150 \rightarrow -\cos 30 = -\sin 60 = -\frac{\sqrt{3}}{2}$
* $\sin 300 \rightarrow -\sin 60 = -\frac{\sqrt{3}}{2}$

$\frac{\cos(-120) . \sin 330}{\cos 150 . \sin 300} = \frac{-\frac{1}{2} . -\frac{1}{2}}{-\frac{\sqrt{3}}{2} . -\frac{\sqrt{3}}{2}} = \frac{\frac{1}{4}}{\frac{3}{4}} = \frac{1}{3}$

Örnek: $\pi = 7a$ ise $\frac{\sin 3a . \cos 5a}{\sin 4a . \cos 2a} = ?$

* $\pi = 7a$ ise $\sin 3a = \sin 4a$,
* $\pi = 7a$ ise $\cos 5a = -\cos 2a$

$\frac{\sin 3a . \cos 5a}{\sin 4a . \cos 2a} = -1$